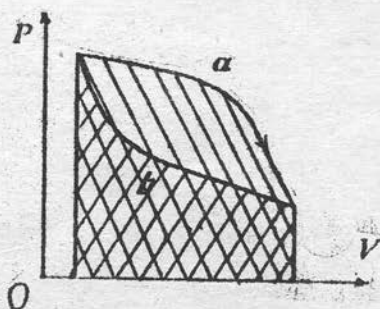




# FIZICA MOLECULARĂ ȘI TERMODINAMICĂ

*Îndrumar metodic  
pentru rezolvarea problemelor*



MINISTERUL ÎNVĂȚĂMÂNTULUI, TINERETULUI ȘI SPORTULUI  
AL REPUBLICII MOLDOVA

Universitatea Tehnică a Moldovei

---

Catedra de fizică nr. 1

# FIZICA MOLECULARĂ ȘI TERMODINAMICĂ

*Îndrumar metodic  
pentru rezolvarea problemelor*



Departamentul editorial - poligrafic al U.T.M.

Chișinău

1997

Acest îndrumar metodic a fost elaborat în corespundea cu programa de fizică pentru instituțiile de învățământ superior cu profil tehnic și este destinat atât studenților din anii I și II de la U.T.M., cât și cadrelor didactice universitare care țin seminarii de fizică.

*Alcătuitori:* prof. univ. dr. hab. S. Bulcarschi  
prof. univ. dr. hab. M. Vladimir  
prof. univ. dr. M. Marinciuc  
lector super. dr. V. Tronciu

*Traducere din limba rusă și tehnoredactare:* lector super. dr. V. Tronciu

*Redactor responsabil:* prof. univ. dr. I. Samusi

*Recenzenți:* conf. univ. dr. V. Ambros  
prof. univ. dr. hab. I. Geru

# I. BAZELE TEORIEI CINETICO-MOLECULARE A GAZULUI IDEAL

Gazul ideal (perfect) reprezintă un model simplificat al gazelor reale. Din punctul de vedere al teoriei cinetico-moleculare modelul gazului ideal prezintă următoarele caracteristici:

- gazul ideal este format dintr-un număr enorm de particule identice (molecule);
- moleculele au dimensiuni neglijabile față de distanțele relative, medii dintre ele și deci pot fi considerate puncte materiale;
- moleculele se află într-o continuă mișcare haotică;
- forțele intermoleculare sînt neglijabile, între 2 ciocniri succesive moleculele au mișcare rectilini și uniforme;
- ciocnirile moleculelor între ele și ciocnirile acestora cu pereții vasului sînt perfect elastice.

Gazul ideal aflat într-un vas formează un sistem termodinamic simplu. Pentru un așa sistem presiunea  $P$ , volumul  $V$  și temperatura  $T$  formează un ansamblu complet de parametri de stare. Parametrii de stare nu sînt independenți, ci legați printr-o dependență funcțională

$$f(P, V, T) = 0,$$

numită ecuație de stare.

## Legile gazului ideal

Ecuația Clapeyron-Mendeleev

$$PV = \frac{m}{M}RT, \quad (1.1)$$

unde  $m$  este masa gazului,  $M$  - masa molară a gazului,  $R$  - constanta universală

a gazelor ( $R = 8,31 \frac{J}{mol \cdot K}$ ).

Legea Boyle-Mariotte (proces izoterm,  $T = const$ ) dacă temperatura și masa

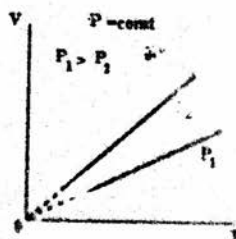
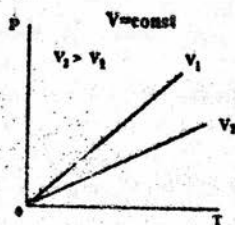
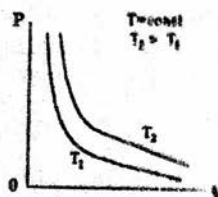


Fig.1

gazului se mențin constante, atunci produsul dintre presiune și volum este constant  $PV=const.$

Legea lui Charles (proces izocor,  $V=const$ ) dacă volumul și masa gazului se mențin constante, atunci variația relativă a presiunii este direct proporțională cu temperatura

$$\frac{P-P_0}{P_0}=\beta$$

unde  $P_0$  este presiunea gazului la  $0^\circ\text{C}$ ,  $\beta$  - coeficientul termic al presiunii.

Legea lui Gay-Lussac (proces izobar,  $P=const$ ) dacă presiunea și masa gazului se mențin constante, atunci variația relativă a volumului este direct proporțională cu temperatura

$$\frac{V-V_0}{V_0}=\alpha t,$$

unde  $V_0$  este volumul gazului la  $0^\circ\text{C}$ , iar  $\alpha = \frac{1}{273} \text{ grad}^{-1}$  - coeficientul de dilatare izobară.

Ecuatia Clapeyron-Mendeleev (1.1) se poate scrie și astfel:

$$P=nkT, \quad (1.2)$$

$$k=\frac{R}{N_A}, \quad (1.3)$$

unde  $k$  este constanta lui Boltzmann ( $k=1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ ),  $N_A$  este constanta lui Avogadro ( $N_A=6.02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$ ),  $n$  - concentrația moleculelor (numărul moleculelor în unitatea de volum).

În cazul unui amestec de gaze presiunea exercitată de amestec este egală cu suma presiunilor parțiale exercitate de fiecare componentă a gazului în parte (legea lui Dalton):

$$P = \sum_i P_i = kT \sum_i n_i. \quad (1.4)$$

Din (1.4) rezulta că

$$n = \sum_i n_i. \quad (1.5)$$

Concentrația moleculelor amestecului este egală cu suma concentrațiilor moleculelor gazelor componente.

Moleculele în mișcarea haotică se ciocnesc între ele și cu pereții vasului. Impulsul transmis unității de suprafață a pereților vasului în unitatea de timp este egal în modul cu presiunea gazului din vas.

Presiunea este determinată de energia cinetică medie a mișcării de translație a moleculelor și de concentrația lor:

$$P = \frac{2}{3} n W_c \quad (1.6)$$

Din ecuațiile (1.1) și (1.6) obținem relația dintre energia cinetică medie a mișcării de translație a unei molecule și temperatura:

$$\langle W_c \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad (1.7)$$

Energia internă totală ( $U$ ) cuprinde energia mișcării de translație și a celei de rotație a tuturor moleculelor. Energia internă poate fi calculată bazându-ne pe legea echipartiției energiei după gradele de libertate: fiecărui grad de libertate al moleculei îi revine în medie una și aceeași energie cinetică egală cu

$$\langle W_l \rangle = \frac{1}{2} kT. \quad (1.8)$$

Numărul gradelor de libertate ale moleculei reprezintă cel mai mic număr de coordonate necesare pentru a determina univoc poziția moleculei în spațiu.

Energia internă a sistemului

$$U = \langle W_c \rangle + \langle W_l \rangle = \frac{l}{2} k T N, \quad (1.9)$$

unde  $l$  este numărul gradelor de libertate, iar  $N$  - numărul moleculelor

$$N = \frac{m}{M} N_A$$

sau

$$U = \frac{m}{M} \frac{l}{2} RT. \quad (1.10)$$

Numărul gradelor de libertate depinde și de tipul moleculei: molecula monoatomică are trei grade de libertate (ale mișcării de translație); molecula biatomică are cinci grade de libertate (trei ale mișcării de translație și două ale mișcării de rotație); molecula triatomică sau poliatomică are șase grade de libertate (trei ale mișcării de translație și trei ale mișcării de rotație). Trebuie de menționat că numărul gradelor de libertate indicat mai sus corespunde temperaturii camerei. La scăderea temperaturii rotația moleculei poate să fie interzisă, fapt ce duce la dispariția unor grade de libertate. Odată cu creșterea temperaturii numărul gradelor de libertate se mărește datorită oscilațiilor.

Funcția de distribuție se definește prin relația

$$f(x) = \frac{dN(x)}{N dx} \quad (1.11)$$

și exprimă partea de molecule a căror viteze au valori cuprinse

intr-un strat sferic de grosime unitară.

Legea distribuției după viteze a moleculelor gazului aflat în stare de echilibru termodinamic stabilită de Maxwell (1859):

$$f(v) = A \cdot \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) v \quad (1.12)$$

Viteza  $v_{\text{prob}}$  pentru care funcția de repartiție este maximă se numește viteza cea mai probabilă. Această viteză se calculează din condiția de maxim  $\frac{df}{dv} = 0$ , de unde rezultă

$$v_{\text{prob}} = \frac{2}{m} \frac{f}{v} = \frac{2kT}{mv} \quad (1.13)$$

Cu ajutorul repartiției Maxwell se poate calcula și viteza medie statistică

$$\langle v \rangle = \frac{8kT}{\pi m} = \frac{8RT}{\pi M} \quad (1.14)$$

Dat fiind că funcția (1.12) este dependentă de temperatură, la rezolvarea problemelor vom folosi formula funcției de distribuție normală la viteza cea mai probabilă:

$$\frac{dN}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2 du \quad (1.15)$$

Graficul acestei funcții este reprezentat în figura 2.

Legea distribuției lui Boltzmann într-un câmp potențial exterior are forma:

$$n = n_0 e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}}, \quad (1.16)$$

unde  $U(x,y,z)$  este energia potențială a moleculei aflate într-un câmp de forță, iar  $n_0$  este concentrația moleculelor când  $U(x,y,z) = 0$ .

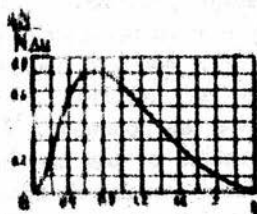
Sînt cunoscute două cazuri particulare ale repartiției lui Boltzmann: repartiția moleculelor

în câmpul gravitațional omogen din a, sfera Pământului

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} \quad (1.17)$$

și formula barometrică ce stabilește legea variației presiunii gazului ideal cu înălțimea în câmpul omogen al forței de greutate.

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \quad (1.18)$$





unde  $P_0$  este presiunea gazului la suprafața Pământului, iar  $M$  - masa molară.

**Fenomenele de transport.** Fenomenele de transport au loc în sistemele în care unul din parametri: temperatura, presiunea sau concentrația moleculelor au o distribuție neomogenă. În asemenea sisteme se poate produce transportul căldurii aceasta reprezentând conductivitatea termică, transportul masei care este difuzia, sau transportul impulsului care reprezintă viscozitatea.

Conductivitatea gazului este descrisă de ecuația lui Fourier:

$$dQ = -\kappa \frac{dT}{dx} ds; \quad \kappa = \frac{1}{3} \lambda \rho v C_v \quad (1.19)$$

în care  $dQ$  este cantitatea de căldură ce trece printr-o suprafață  $ds$  în unitatea de timp,  $\frac{dT}{dx}$  - gradientul temperaturii,  $\kappa$  este conductivitatea termică,  $\lambda$  - parcursul liber mediu al moleculelor

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n d^2}$$

unde  $d$  este diametrul efectiv al moleculei, iar  $n$  - concentrația moleculelor.

Fenomenul de difuzie este descris de legea lui Fick:

$$dm = -D \frac{d\phi}{dx} ds; \quad d = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda, \quad (1.20)$$

unde  $dm$  este masa substanței transportată sau transferată prin suprafața  $S$  în unitatea de timp,  $\frac{d\phi}{dx}$  - gradientul densității, iar  $D$  - coeficientul de difuzie. Semnul minus arată că sensul transmiterii substanței și sensul micșorării densității sînt opuse.

La curgerea fluidelor apar forțe tangențiale care se opun alunecării straturilor, acestea fiind forțele de viscozitate sau forțele de frecare internă. Formula ce descrie fenomenul de viscozitate a fost obținută de Newton (1686) "forța de frecare internă este proporțională cu aria suprafeței straturilor în curgere și cu gradientul vitezei luat pe direcția normală la viteză":

$$F = \eta \frac{dv}{dx} S; \quad \eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho, \quad (1.21)$$

unde  $\eta$  este coeficientul de viscozitate, iar  $\frac{dv}{dx}$  - gradientul vitezei.

În studiul curgerii lichidelor o importanță deosebită o are raportul dintre viscozitatea dinamică  $\eta$  și densitatea  $\rho$  a fluidului:

$\nu = \frac{\eta}{\rho}$  mărimea  $\nu$  fiind numită viscozitate cinematică.



## Probleme rezolvate

1. Un balon cu volumul  $V=10\text{ l}$ , conține heliu la presiunea  $P_1=10^5\text{ Pa}$  și temperatura  $t_1=27^\circ\text{C}$ . După ce se consumă  $10\text{ g}$  de gaz în vas se stabilește temperatura  $t_2=17^\circ\text{C}$ . Să se determine presiunea gazului rămas în balon.

Rezolvare.

Vom aplica ecuația de stare a gazului ideal pentru stările inițială și finală:

$$P_1 V_1 = \frac{m_1}{M} RT_1, \quad P_2 V_2 = \frac{m_2}{M} RT_2, \quad (1)$$

unde  $m_1$  este masa inițială a gazului, iar  $m_2$  - cea finală. Relația dintre mase se exprimă prin formula:

$$\Delta m = m_1 - m_2. \quad (2)$$

Exprimăm  $m_1$  și  $m_2$  din (1) și le introducem în (2)

$$\Delta m = \frac{M}{R} \left( \frac{P_1}{T_1} - \frac{P_2}{T_2} \right) V$$

de unde

$$P_2 = \frac{RT_2}{MV} \left[ \frac{M P_1 V}{RT_1} - \Delta m \right] = \frac{T_2}{T_1} P_1 - \frac{\Delta m}{M} \frac{RT_2}{V} = 3.64 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

2. Într-un vas se află un amestec de  $m_1=7\text{ g}$  de azot, și  $m_2=11\text{ g}$  de dioxid de carbon la presiunea  $P_0=10^5\text{ Pa}$  și temperatura  $t=290\text{ K}$ . Să se determine densitatea amestecului.

Rezolvare.

Pentru densitatea gazului vom scrie

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V}.$$

Folosind legea lui Dalton

$$P_0 = P_1 + P_2$$

și ecuațiile de stare pentru fiecare gaz

$$P_1 V = \frac{m_1}{M_1} RT, \quad P_2 V = \frac{m_2}{M_2} RT,$$

obținem

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{\frac{RT}{P_0} \left[ \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right]} = 0.75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

3. Un amestec de azot și heliu se găsește la presiunea  $P = 1.3 \cdot 10^2$  Pa și temperatura  $t = 27^\circ \text{C}$ . Masa azotului reprezintă 70% din masa amestecului. Să se calculeze concentrația fiecărui gaz.

Rezolvare.

Scriem ecuația de stare a gazului ideal sub forma (1.2):  $P = nkT$ , unde  $P$  și  $n$  sînt presiunea și respectiv concentrația moleculelor amestecului.

În continuare folosim ecuația lui Dalton

$$n = n_1 + n_2$$

și relația pentru masa azotului  $m_1 = N_1 \cdot \frac{M_1}{N_A} = V n_1 \cdot \frac{M_1}{N_A}$  unde  $N_1$  este numărul atomilor de azot din amestec,  $\frac{M_1}{N_A}$  masa unei molecule de azot, iar  $n_1$  concentrația moleculelor de azot. Folosind aceleași notații pentru heliu obținem

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} \frac{M_1}{M_2}; \quad \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 0.7 = \alpha;$$

$$\frac{n_1}{n_2} \frac{M_2}{M_1} = \frac{\alpha}{1-\alpha}; \quad n_2 = \frac{P}{kT} - n_1; \quad n_1 = \left( \frac{P}{kT} - n_1 \right) \frac{M_2}{M_1} \frac{\alpha}{1-\alpha};$$

$$n_1 = \frac{P}{kT} \frac{1}{1 + \frac{M_2}{M_1} \frac{\alpha}{1-\alpha}} = \frac{3P}{4kT} = 2.4 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}.$$

4. Un proces termodinamic este descris de ecuația  $P = P_0 - \alpha V^2$ , unde  $P_0$  și  $\alpha$  sînt constante pozitive, iar  $V$  - volumul unui mol de gaz ideal. Să se determine temperatura maximă posibilă în acest proces.

Rezolvare.

Pentru determinarea temperaturii maxime este necesar să se exprime temperatura în funcție de volum.

Temperatura inițială a gazului se determină din ecuația de stare a gazului ideal:

$$T = P \frac{V}{R} = \frac{(P_0 - \alpha V^2) V}{R}. \quad (1)$$

Pentru determinarea temperaturii maxime derivăm (1) în raport cu  $V$

$$\frac{\partial T}{\partial V} = 0 = \frac{P_0 - 3\alpha V^2}{R}. \quad (2)$$

Din (2) aflăm volumul la care temperatura devine maximă

$$V = \left( \frac{P_0}{3\alpha} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Din (1) obținem

$$T_{r, \max} = \frac{2P_0}{3R} \left( \frac{P_0}{3\alpha} \right)^{\frac{1}{2}}$$

5. Să se determine energia cinetică medie a mișcării de rotație a unei molecule de azot ce se află la temperatura  $T=300$  K, și energia mișcării de rotație a tuturor moleculelor ce se găsesc în 2.8 g de azot. Care va fi presiunea creată de gaz într-un vas cu volumul  $V=1\text{ m}^3$ ?

Rezolvare.

Energia cinetică medie ce revine unui grad de libertate al moleculei este  $\frac{1}{2} kT$ . Molecula de azot este biatomică. În acest caz energia mișcării de rotație poate fi scrisă sub forma:

$$\langle W_r \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \text{ K} = 4.14 \cdot 10^{-21} \text{ J}.$$

Energia totală a mișcării de rotație a moleculelor se calculează înmulțind energia unei molecule cu numărul moleculelor a căror masă este 2.8 g:

$$W_r = \langle W_r \rangle \cdot N_A \cdot \frac{m}{M} = 249 \text{ J}.$$

Din formula fundamentală a teoriei cinetico-moleculare determinăm presiunea, ținând cont de faptul că molecula de azot are 3 grade de libertate în mișcarea de translație:

$$P = \frac{2}{3} n \langle W_t \rangle = \frac{2N}{3V} W_r = \frac{2N3}{3V2} kT = \frac{mRT}{M V} = 243 \text{ Pa}.$$

6. Ce parte din moleculele de oxigen au viteze cuprinse în intervalul de la  $100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  la  $110 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Gazul se află la temperatura  $t=0^\circ\text{C}$ .

Rezolvare.

Viteza cea mai probabilă:

$$v_p = \left[ \frac{2RT}{M} \right]^{\frac{1}{2}} = 376 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\text{Deci } u = \frac{v_1}{v_p} = 0.265, \quad \Delta u = \frac{v_1 - v_2}{v_p} = 0.0265.$$

Partea de molecule a căror viteză este cuprinsă în intervalul indicat se calculează cu formula

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{3} e^{-u^2} \Delta u \cdot 100\% = 0,1\%$$

7. Presupunind că accelerația de cădere liberă, temperatura și masa molară a aerului nu depind de înălțime, să se determine diferența înălțimilor pentru care raportul valorilor densității aerului este în. Temperatura aerului  $t=0^\circ\text{C}$ .

Rezolvare.

Densitatea gazului se determină folosind ecuația de stare (1.1):

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pT}{MR}$$

Cu ajutorul formulei barometrice (1.18) obținem:  $P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$ . Odată cu creșterea înălțimii densitatea gazului scade  $\rho = \frac{P_0 M}{RT} e^{-\frac{Mgh}{RT}}$ ,  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = e$  în

cazul când  $\frac{Mgh}{RT} = 1$ ,  $\Delta h = \frac{RT}{Mg} = 8 \cdot 10^3 \text{ m}$ .

8. Dependența de distanță a energiei potențiale a moleculelor unui gaz într-un câmp central se exprimă prin formula:

$W_p = \alpha \cdot r^2$ , în care  $\alpha$  este o constantă pozitivă. Se cere: a) numărul moleculelor ce se găsesc la distanța între  $r$ , și  $r+dr$  de la centrul câmpului; b) distanța cea mai probabilă a moleculelor de la centrul câmpului, dacă se știe că temperatura gazului este  $T$ , concentrația moleculelor în centrul câmpului  $n_0$ .

Rezolvare.

Folosim formula distribuției Boltzmann (1.16).

$$n = n_0 e^{-\frac{W_p}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\alpha r^2}{kT}}$$

Numărul moleculelor ce se găsesc în intervalul  $r, r+dr$  este egal cu produsul dintre concentrația medie la această distanță și volumul moleculelor. În cazul nostru moleculele se află într-un strat sferic, a cărui arie este  $4\pi r^2$ , iar grosimea  $dr$ :

$$dN_2 = f(r) dV,$$

$$dN_2 = n_0 e^{-\frac{\alpha r^2}{kT}} 4\pi r^2 dr.$$

Pentru determinarea celei mai probabile distanțe calculăm gradientul numărului de particule egalându-l apoi cu zero:

$$\frac{dN_2}{dr} = 4\pi n_0 \frac{d\left(e^{-\frac{\alpha r^2}{kT}}\right)}{dr} = 4\pi n_0 \left(-\frac{2\alpha r^3}{kT} + 2r\right) e^{-\frac{\alpha r^2}{kT}} = 0, \quad r_p = \left[\frac{kT}{\alpha}\right]^{1/2}$$

Probleme propuse pentru rezolvare individuală

1. O cantitate de oxigen cu masa  $m=10\text{ g}$  se află la temperatura  $t = 10^\circ\text{C}$  și la presiunea  $P=0.3\text{ MPa}$ . După încălzirea izobară gazul se dilată ocupând volumul  $V_2=10\text{ l}$ .

Se cere:

- volumul gazului înainte de dilatare,
- temperatura gazului după încălzire,
- densitatea gazului înainte și după dilatare.

$$\text{Răspuns : } V_1 = \frac{mRT_1}{MP} = 2.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 ; \quad \rho_1 = \frac{MP}{RT_1} = 4.14 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3};$$

$$T_2 = \frac{MPV_2}{mR} = 1170 \text{ K} ; \quad \rho_2 = \frac{MP}{RT_2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

2. O butelie cu volumul  $V=20\text{ l}$  conține argon la presiunea  $P=800\text{ kPa}$  și temperatura  $T_1=325\text{ K}$ . Din butelie se consumă gaz până când presiunea gazului rămas devine egală cu  $P_2 = 600\text{ kPa}$ , iar temperatura cu  $T_2=300\text{ K}$ . Sa se afle cantitatea de argon consumată.

$$\text{Răspuns : } \Delta m = \frac{MV}{R} \left( \frac{P_1}{T_1} - \frac{P_2}{T_2} \right) = 4.4 \cdot 10^{-2} \text{ kg}.$$

3. Două vase de volume egale conțin hidrogen. Presiunea și temperatura hidrogenului din fiecare vas sunt respectiv  $P_1=1\text{ Pa}$ ,  $T_1=4\text{ K}$  și  $P_2=1.5\text{ Pa}$ ,  $T_2=250\text{ K}$ . Vasele sunt unite printr-un tub de volum neglijabil prevăzut cu robinet. Ce presiune s-a stabilit în vase după ce robinetul a fost deschis, iar gazul a fost răcit până la temperatura  $T=300\text{ K}$ .

$$\text{Răspuns: } P = \left( \frac{P_2}{T_2} + \frac{P_1}{T_1} \right) \frac{T}{2} = 1.28 \cdot 10^6 \text{ Pa}.$$

4. Sa se calculeze densitatea unui amestec ce constă din opt părți de oxigen și o parte de hidrogen ce se găsesc la temperatura  $T=300\text{ K}$  și presiunea  $P=0.1\text{ MPa}$ .

$$\text{Răspuns: } \rho = \frac{9M_1M_2P}{8M_1+M_2RT} = 0.4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Un vas cilindric este împărțit în două compartimente egale de un piston care se poate mișca fără frecare. Lungimea cilindrului este de  $85\text{ cm}$ . Sa se determine poziția de echilibru a pistonului, dacă în unul din compartimentele cilindrului se află oxigen, iar în celălalt - hidrogen de aceeași masă.

Răspuns: lungimea vasului cu oxigen este de  $5 \cdot 10^{-2}$  m.

6. Cite molecule se găsesc într-un vas cu volumul  $V=1 \text{ cm}^3$  la temperatura  $t=10^\circ \text{C}$  și presiunea  $P=10^{-11}$  mm col.mercur?

$$\text{Răspuns: } N = \frac{P}{kT} = 3.4 \cdot 10^5.$$

7. Pentru a obține vid într-un vas sferic de sticlă cu raza  $r=10 \text{ cm}$  pereții vasului trebuie încălziți în procesul de evacuare a gazului absorbit. Să se calculeze creșterea presiunii în vas datorită trecerii moleculelor absorbite din pereți în vas. Aria secțiunii transversale a moleculei  $10^{-19} \text{ m}^2$ , stratul este monomolecular, iar temperatura  $T=300^\circ \text{C}$

$$\text{Răspuns: } P = \frac{3kT}{Sr} \approx 1.24 \text{ Pa}.$$

8. Concentrația unui gaz ideal este  $n_0 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ . Să se calculeze presiunea gazului dacă el se găsește la temperatura  
a)  $T=3 \text{ K}$ , b)  $T=1000 \text{ K}$ .

$$\text{Răspuns: } 4.14 \cdot 10^{-8} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; \quad 1.38 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

9. Căldura de disociere (căldura necesară pentru dezagregarea atomului) a atomului de hidrogen este  $Q=419 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$ . Să se afle temperatura medie la care energia cinetică a mișcării de translație a moleculelor e suficientă pentru descompunerea lor.

$$\text{Răspuns: } T = 33600 \text{ K}.$$

10. Se consideră un gaz ideal descris de ecuația  $P = P_0 \cdot \exp(-\beta V)$ , unde  $P_0$  și  $\beta$  sînt constante pozitive, iar  $V$  este volumul unui mol de gaz. Să se determine temperatura maximă posibilă în acest proces.

$$\text{Răspuns: } T_{\max} = \frac{P}{c\beta R}.$$

11. Temperatura unui gaz perfect variază după legea  $T=T_0 + \alpha V^2$ , unde  $T_0$  și  $\alpha$  sînt constante pozitive, iar  $V$  este volumul molar al gazului. Să se determine presiunea minimă posibilă în acest proces.

$$\text{Răspuns: } P_{\min} = \frac{2R\sqrt{\alpha T_0}}{c}.$$

12. Un gaz ideal se găsește într-un vas la presiunea  $P=1 \text{ MPa}$ . Să se calculeze energia cinetică medie a mișcării de translație a unei molecule și temperatura gazului dacă concentrația moleculelor gazului este  $n=10^{19} \text{ cm}^{-3}$ .

Răspuns:  $\langle W_1 \rangle = \frac{3}{2} \frac{P}{n} = 1.5 \cdot 10^{-19} \text{ J} ; T = \frac{P}{n k} = 7250 \text{ K}.$

13. Să se determine valoarea medie a energiei cinetice totale a unei molecule de heliu, oxigen și hidrogen ce se află la temperatura  $T = 60 \text{ K}.$

Răspuns:  $\langle W_{He} \rangle = 8,3 \cdot 10^{-21} \text{ J} ; \langle W_{O_2} \rangle = 13,8 \cdot 10^{-21} \text{ J}$   
 $\langle W_{H_2O} \rangle = 16,6 \cdot 10^{-21} \text{ J}.$

14. Să se calculeze temperatura gazului dacă energia cinetică medie a mișcării de translație a moleculelor  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$

Răspuns:  $T = \frac{2W_T}{3K} = 7370 \text{ K}.$

15. Molecula unui gaz conține  $N$  atomi. Gazul fiind la temperatura  $T$  sint excitate toate gradele de libertate (ale mișcării de translație, de rotație și oscilatorii). Să se determine energia gazului. Ce parte din această energie revine energiei cinetice a mișcării de translație?

Răspuns:  $\langle W \rangle = k T (3N - 3)$

$\langle W \rangle = k T \left( \frac{3N - 5}{2} \right)$

16. Ce parte din moleculele hidrogenului aflat la temperatura de  $0^\circ \text{C}$  au vitezele situate în intervalul de viteze  $2000 - 2100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ?

Răspuns:  $\frac{\Delta N}{N} = 4,5\%.$

17. De câte ori numărul moleculelor  $\Delta N_1$ , ale căror viteze se află în intervalul de la  $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$  până la  $\sqrt{\langle v^2 \rangle} + \Delta v$  este mai mic decât numărul moleculelor  $\Delta N_2$  cu vitezele cuprinse în intervalul  $v_p$  și  $v_p + \Delta v$  ?

Răspuns:  $\Delta N_1 / \Delta N_2 = 1,1.$

18. Să se determine raportul dintre numărul de molecule cu viteze cuprinse în intervalul  $v$  și  $v + \Delta v$  la temperatura  $T_1$  și numărul de molecule cu vitezele în același interval, dar la temperatura  $T_2 = 2T_1$ . Analizați cazurile: 1)  $v = 0,5 v_p$ ; 2)  $v = v_p$ .

Răspuns: 1)  $\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = 2,5$  2)  $\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = 1,7.$

19. Să se determine valoarea vitezei în cazul când curbele distribuțiilor Maxwell pentru temperaturile  $T_1$  și  $2T_1$  se intersectează.

Răspuns:  $v = 1,5 \ln 2 v_p$ , unde  $v_p = \left( \frac{2RT}{M} \right)^{\frac{1}{2}}.$



20. Presupunând că accelerația de cădere liberă, temperatura și masa molară a aerului nu depind de altitudine să se determine diferența de altitudine la care valorile densităților aerului diferă cu  $\eta=1\%$ . Temperatura aerului  $t=300^\circ\text{C}$ .

$$\text{Răspuns: } h = \frac{\eta R T}{M g}.$$

21. Într-un vas cilindric înalt se găsește un gaz ce constă din molecule cu masele  $m_1$  și  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ). Concentrațiile moleculelor la fundul vasului sînt egale respectiv cu  $n_1$  și  $n_2$  ( $n_2 > n_1$ ). În lungul vasului se menține aceeași temperatură. Să se determine înălțimea  $h$  la care concentrația moleculelor va fi aceeași dacă accelerația de cădere liberă este  $g$  și se consideră aceeași în lungul vasului.

$$\text{Răspuns: } h = \frac{k \cdot T \ln \left[ \frac{n_2}{n_1} \right]}{(m_2 - m_1) \cdot g}.$$

22. Într-un vas cilindric înalt se găsește bioxid de carbon la temperatura  $T$ . Să se aprecieze cum se vor schimba presiunea și concentrația moleculelor la fundul vasului, dacă temperatura se va mări de  $\eta$  ori. Cîmpul gravitațional este omogen.

Răspuns: presiunea nu se va schimba, iar concentrația se va micșora de  $\eta$  ori.

23. Ce parte din molecule au un parcurs liber mai mare decît parcursul liber mediu al moleculelor?

$$\text{Răspuns: } \frac{\Delta N}{N} = 0.37.$$

24. Să se determine ce parte din molecule au parcursul liber mediu situat între 1 și 2.

$$\text{Răspuns: } \Delta N / N = 0.23$$

25. De cîte ori parcursul liber mediu al moleculelor (în condiții normale) este mai mare ca distanța medie dintre molecule?

Răspuns: de 18 ori.

26. Să se calculeze diametrul efectiv al atomului de heliu, dacă se știe coeficientul de viscozitate al heliului în condiții normale.

$$\text{Răspuns: } d = 0.18 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

27. Distanța dintre pereții dubli ai unui termos este de 8 mm. De la ce presiune conductivitatea aerului dintre pereți va începe să descrească odată cu micșorarea presiunii? Se va considera că temperatura este de  $17^\circ\text{C}$ , iar diametrul moleculei de  $3 \cdot 10^{-7}$  mm.

$$\text{Răspuns: } P = 1.26 \text{ Pa}.$$

## 2. PRINCIPIUL ÎNȚII AL TERMODINAMICII

Energia internă  $U$  a unui sistem macroscopic include energia tuturor formelor posibile de mișcare și de interacțiune a particulelor sistemului (molecule, atomi, ioni ș.a.). Energia internă este funcție univocă de starea sistemului termodinamic.

În orice proces termodinamic variația  $\Delta U_{1-2}$  a energiei interne depinde numai de starea inițială 1 și finală 2 fiind independentă de stările intermediare prin care trece sistemul termodinamic. Variația energiei interne  $\Delta U_{1-2}$  este egală cu  $\Delta U_{12} = U_2 - U_1$ .

Dacă în urma unui proces sistemul revine la starea inițială (efectuează un proces ciclic) variația totală a energiei interne este nulă. Pentru sistemul ce se află în echilibru termodinamic energia cinetică medie a moleculelor este determinată de temperatura lui  $T$ , iar distanța medie dintre molecule depinde de volumul sistemului  $V$ . De aceea energia internă a sistemului ce se găsește în echilibru termodinamic este funcție de volum și temperatură  $U = U(V, T)$ .

În cazul gazelor ideale interacțiunea dintre molecule se neglijează, iar energia internă la temperatură constantă nu depinde de volum (legea lui Joule). În cadrul teoriei cinetico-moleculare energia internă a gazului ideal se exprimă prin formula

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{i}{2} PV \quad (2.1)$$

în care  $i$  este numărul gradelor de libertate ale unei molecule și are valoarea  $i=3$  pentru gazele cu molecule monoatomice,  $i=5$  pentru gazele cu molecule biatomice și  $i=6$  pentru gazele cu molecule triatomice sau poliatomice.

Variația energiei interne a gazului ideal la trecerea din starea 1 în starea 2:

$$\Delta U_{1-2} = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) \quad (2.2)$$

Sînt posibile două modalități de realizare a schimbului de energie între un sistem termodinamic închis și mediul înconjurător: prin efectuarea de lucru și prin schimbul de căldură.

Energia transmisă sistemului termodinamic de către corpurile exterioare poartă numele de lucru efectuat asupra sistemului.

Pentru a efectua lucru mecanic asupra unui sistem macroscopic nemîșcat este necesar să se deplaseze corpurile exterioare ce interacționează cu sistemul, fapt care este posibil numai în procesul schimbării volumului și formei sistemului. Conform principiului al

treilea al lui Newton, lucrul  $A$  efectuat de sistem asupra corpurilor exterioare este egal numeric și opus ca sens lucrului  $A'$  efectuat de corpurile exterioare asupra sistemului  $A = -A'$ .

Lucrul elementar efectuat de gaz asupra corpurilor exterioare este

$$\Delta A = P \Delta V \quad (2.3)$$

unde  $P$  este presiunea gazului, iar  $\Delta V$  - variația volumului gazului (variația presiunii poate fi neglijată).

La trecerea sistemului din starea 1 cu volumul  $V_1$  în starea 2 cu volumul  $V_2$  lucrul efectuat este

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV \quad (2.4)$$

Lucrul depinde nu numai de stările 1 și 2, ci și de caracterul procesului 1-2. Lucrul mecanic este egal numeric cu aria suprafeței hașurate din diagrama  $P, V$  (fig.3). La dilatare  $dV > 0$  gazul efectuează lucru pozitiv  $dA > 0$ . La comprimarea gazului  $dV < 0$  și  $dA < 0$ . În cazul unui proces ciclic (fig.4) lucru gazului este diferit de zero și este

egal numeric cu aria figurii mărginite de curbele procesului (fig.4).

Schimbul de căldură are loc între corpurile sau părțile unui și acelui corp încălzite la temperaturi diferite. În punctele de contact ale corpurilor are loc transmiterea energiei cinetice în sensul care duce la egalarea valorilor medii ale energiilor. În acest

caz, energia transmisă sistemului de corpurile exterioare prin schimb de căldură poartă numele de căldură primită de sistem de la mediul exterior. Dacă sistemul primește căldură atunci  $\delta Q > 0$ , iar dacă cedează atunci  $\delta Q < 0$ .

Capacitate calorică a corpului se numește mărimea fizică, egală numeric cu raportul dintre cantitatea de căldură  $\delta Q$ , transmisă corpului, și variația  $dT$  a temperaturii corpului în procesul termodinamic considerat

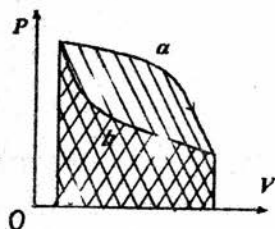


Fig. 3

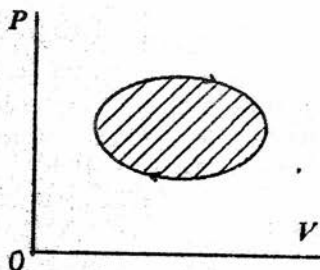


Fig. 4

$$C_v = \frac{\delta Q}{dT} \quad (2.5)$$

Capacitatea calorică a corpului depinde de componența chimică, masa corpului, starea lui termodinamică și tipul procesului de variație a stării corpului în decursul căruia se transmite căldura  $\delta Q$ .

Proprietățile termice ale corpurilor omogene sînt caracterizate de căldura specifică și căldura molară. Căldura specifică este numită mărimea fizică  $C_{sp}$ , egală numeric cu căldura ce trebuie transmisă unei unități de masă de substanță pentru a-i mări temperatura cu 1 K:

$$C_{sp} = \frac{\Delta Q}{m \Delta T} \quad (2.6)$$

Căldura molară este numită mărimea fizică  $C_{mol}$ , egală numeric cu căldura ce trebuie transmisă unui mol de substanță pentru a-i mări temperatura cu 1 K. În procesul termodinamic considerat:

$$C_{mol} = \frac{\frac{\Delta Q}{m \Delta T}}{\frac{M}{m}} = \frac{M}{m} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (2.7)$$

Putem scrie

$$C_v = m C_{sp} = \frac{m}{M} C_{mol} \quad (2.8)$$

Cantitatea de căldură transmisă corpului sau cedată de corp se exprimă prin relațiile:

$$\Delta Q = C_v \Delta T = m C_{sp} \Delta T = \frac{m}{M} C_{mol} \Delta T \quad (2.9)$$

S-a arătat experimental că deși atât lucrul mecanic  $A$ , cât și căldura  $Q$  sînt mărimi de proces ce depind de stările intermediare cuprinse între starea inițială 1 și starea finală 2, diferența  $Q-A$  nu depinde de procesul termodinamic 1-2. Această diferență reprezintă variația energiei interne:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q - A \quad (2.10)$$

sau

$$Q = U_2 - U_1 + A = \Delta U + A \quad (2.11)$$

Relațiile (2.10), (2.11) reprezintă expresia matematică a principiului întâi al termodinamicii potrivit căruia "Căldura transmisă sistemului este consumată la variația energiei interne a sistemului și pentru efectuarea de lucru sistem a lucrului asupra forțelor exterioare".

De obicei, principiul întâi al termodinamicii se scrie astfel:

$$\delta Q = dU + \delta A$$

Vom aplica principiul întâi al termodinamicii la diferite procese. Mai întâi considerăm procesul ciclic, în care  $\Delta U = U_2 - U_1 = 0$ :

$$Q_0 = A_0 \quad (2.12)$$

Un sistem termodinamic poate efectua lucru mecanic într-un proces ciclic numai în cazul dacă primește căldură din exterior. În cazul procesului izocor ( $V = \text{const.}$ ) lucrul gazului  $\Delta A = P \Delta V = 0$ . Conform principiului întâi al termodinamicii, totă căldura transmisă gazului se consumă la variația energiei interne:

$$\Delta U = \Delta Q = \frac{m}{M} C_V \Delta T \quad (2.13)$$

unde  $C_V$  este căldura molară la volum constant. Comparând expresiile (2.13) și (2.12), obținem:

$$C_V = \frac{1}{2} R. \quad (2.14)$$

Să considerăm procesul izoterm ( $T = \text{const.}$ ). Energia internă a gazului ideal în procesul izoterm nu variază:  $\Delta U = 0$ . Deci căldura transmisă gazului este transformată integral în lucrul împotriva forțelor exterioare:

$$\Delta Q_T = \Delta A_T. \quad (2.15)$$

Folosind formula (2.4) și ecuația Clapeyron-Mendeleev obținem:

$$Q_{1-2} = A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \frac{m}{M} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right). \quad (2.16)$$

Expresia de mai sus se poate scrie și sub forma

$$Q_{1-2} = A_{1-2} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{P_1}{P_2} = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = P_2 V_2 \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (2.17)$$

În procesul izobar ( $P = \text{const.}$ ) vom folosi primul principiu al termodinamicii în formă generală (2.10) sau (2.11). Variația energiei interne se determină din (2.2) sau (2.13). Lucrul gazului într-un proces izobar se exprimă prin relația:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = P(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1), \quad (2.18)$$

iar cantitatea de căldură primită de sistem - prin relația:

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} (C_V + R)(T_2 - T_1).$$

Introducând căldura molară a gazului la presiune constantă  $C_p$  și folosind formula (2.9) putem scrie:

$$Q = \frac{m}{M} C_p (T_2 - T_1). \quad (2.19)$$

Comparând ultimele două expresii, obținem cunoscuta relație a lui R. Mayer:

$$C_p = C_V + R. \quad (2.20)$$

Introducem (2.14) în (2.20):

$$C_p = \frac{i+2}{2} R. \quad (2.21)$$

Așadar, în cadrul procesului izobar gazul ideal schimbă cu mediul exterior cantitatea de căldură

$$Q = \frac{i+2}{2} \frac{m}{M} R (T_2 - T_1) = \frac{i+2}{2} P (V_2 - V_1). \quad (2.22)$$

Din formulele (2.2), (2.18) și (2.22) rezultă că în procesul izobar sînt valabile expresiile:

$$Q_p = \frac{i+2}{2} A_p; \quad \Delta U_p = \frac{i}{2} A_p; \quad Q_p = \frac{i+2}{i} \Delta U_p. \quad (2.23)$$

Un interes practic deosebit prezintă procesul adiabatic, un proces termodinamic în care lipsește schimbul de căldură dintre sistem și mediul înconjurător  $\delta Q = 0$ . În procesul adiabatic sistemul efectuează lucru pe contul scăderii energiei lui interne:

$$\Delta A_a = -\Delta U = \frac{m}{M} C_v \Delta T. \quad (2.24)$$

Vom stabili relațiile dintre parametrii de stare ai gazului ideal în procesul adiabatic. În acest scop scriem ecuația (2.24) sub forma

$$P dV + \frac{m}{M} C_v dT = 0. \quad (2.25)$$

Din ecuația Clapeyron-Mendeleev și folosind formula lui Mayer obținem:

$$\frac{m}{M} R dT = d(pV) = P dV + V dP,$$

de unde 
$$P = \frac{m}{M} (C_p - C_v) \frac{T}{V}.$$

Împărțind relația (2.25) la  $\frac{m}{M}$  avem

$$(C_p - C_v) \frac{T}{V} dV + C_v dT = 0.$$

Împărțim relația de mai sus la  $C_v T$ . Introducînd notațiile

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (2.26)$$

obținem:

$$(\gamma - 1) \ln V + \ln T = \ln(\text{const}),$$

de unde

$$\ln(T V^{\gamma-1}) = \text{const},$$

sau

$$T V^{\gamma-1} = \text{const}. \quad (2.27)$$

Aceasta este ecuația adiabatei în coordonatele  $P - V$ .

Pentru obținerea ecuației acestui proces în coordonatele  $P - V$  împărțim ambele părți ale ecuației (2.27) la  $\frac{m}{M}R$

$$PV \cdot V^{\gamma-1} = \text{const}$$

sau

$$PV^{\gamma} = \text{const} . \quad (2.28)$$

Ecuația (2.28) reprezintă ecuația adiabatei în coordonate  $P - V$  și este numită ecuația lui Poisson.

Introducând (2.14) și (2.21) în (2.25) obținem

$$\gamma = \frac{i+2}{i} . \quad (2.29)$$

Deoarece  $\gamma > 1$ , adiabata este mai abruptă față de izoterma descrisă de legea Boyle-Mariotte  $PV = \text{const}$  (fig. 5).

Să calculăm lucrul efectuat de iz într-un proces adiabatic.

Fie  $P_1, V_1$  și  $P_2, V_2$  parametri ce caracterizează starea inițială 1 și, respectiv, cea finală 2 a

sistemului. Pentru stările date putem scrie ecuația lui Poisson (2.28) sub

forma  $PV^{\gamma} = P_1 V_1^{\gamma}$  sau  $PV^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}$ ,

de unde  $P = \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{V^{\gamma}}$  sau  $P = \frac{P_2 V_2^{\gamma}}{V^{\gamma}}$ .

Introducând această expresie în (2.4) obținem:

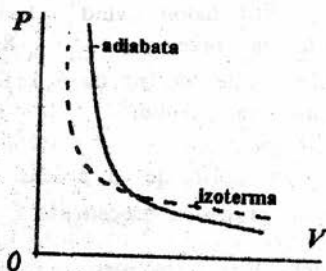


Fig. 5

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{V^{\gamma}} dV = P_1 V_1^{\gamma} \int V^{-\gamma} dV = \frac{P_1 V_1}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] . \quad (2.30)$$

Folosind ecuația Clapeyron-Mendeleeev sau ecuația (2.27) vom scrie formula lucrului (2.30) exprimată prin alți parametri

$$A_0 = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{P_1 V_1}{\gamma-1} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) . \quad (2.31)$$



## Probleme rezolvate

1. Intr-un balon se află  $m = 0,056$  kg de azot la temperatura  $T_1 = 288$  K și presiunea  $P_1 = 8 \cdot 10^5$  Pa. În urma răcirii presiunea a scăzut pînă la  $P = 6 \cdot 10^5$  Pa. Să se determine cantitatea de căldură cedată de gaz.

Rezolvare.

În cazul procesului izocor  $Q_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R (T_2 - T_1)$  pentru determinarea temperaturii finale folosim legea lui Charles  $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ . De aici  $Q_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R T \left( \frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$ . Pentru azot  $i = 5$  și  $M = 0,028 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ . Introducem datele numerice și obținem  $Q_V = -3$  KJ. Semnul minus arată că cantitatea de căldură a fost cedată de gaz.

2. Un balon avînd volumul  $V = 10^{-2}$  m<sup>3</sup> conține oxigen ce se află la presiunea  $P_1 = 8 \cdot 10^6$  Pa și temperatura  $T_1 = 280$  K. Gazul este încălzit cu 8,4 K. Să se calculeze cantitatea de căldură transmisă gazului.

Rezolvare.

Vom porni de la aceeași formulă pentru cantitatea de căldură ca și în problema precedentă  $Q_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R (T_2 - T_1)$ . Din ecuația Clapeyron-Mendeleev scrisă pentru starea inițială determinăm  $\frac{m}{M} = \frac{P_1 V}{T_1 R}$ . Pentru cantitatea de căldură transmisă corpului putem scrie:  $Q_V = \frac{i}{2} \frac{P_1 V}{T_1} (T_2 - T_1)$ . Numărul gradelor de libertate pentru oxigen  $i = 5$ . Obținem  $Q_V = 6$  KJ.

3. Un vas cu volumul  $V = 10^{-3}$  m<sup>3</sup> conține oxigen ce se află la presiunea  $P_1 = 20^7$  Pa și temperatura  $T_1 = 300$  K. Gazului i se transmite cantitatea de căldură  $Q = 8,35$  KJ. Să se determine temperatura și presiunea după încălzire.

Rezolvare.

Din expresia pentru cantitatea de căldură într-un proces izocor  $Q = \frac{i}{2} \frac{P_1 V}{T_1} (T_2 - T_1)$  determinăm temperatura finală a gazului  $T_2 = T_1 + \frac{2Q_1 T_1}{i P_1 V}$ . Presiunea finală a gazului după încălzire se

determină din legea lui Charles  $\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1}$ .

Obținem  $P_2 = P_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$ ;  $P_2 = 1,33 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ .

4. La dilatarea izotermă a unui mol de oxigen gazul a absorbit cantitatea de căldură  $Q = 1740 \text{ J}$ . Temperatura gazului  $T = 300 \text{ K}$ . De câte ori s-a marit volumul gazului?

Rezolvare.

Cantitatea de căldură consumată de gaz în procesul izoterm este egală cu lucrul mecanic efectuat de gaz:  $Q_T = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ . De aici  $\ln \frac{V_2}{V_1} \approx 0,7$ ;  $\frac{V_2}{V_1} \approx 2$ . Așadar, volumul gazului s-a mărit de 2 ori.

5. Într-un vas cu volumul  $V_1 = 10^{-2} \text{ m}^3$  se află azot la presiunea  $P_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Să se calculeze lucrul mecanic efectuat de gaz ca rezultat al dilatării gazului până la volumul final  $V_2 = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ .

Rezolvare.

Vom folosi expresia pentru lucrul gazului în procesul izotermic:

$$A = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}; A = 2,06 \text{ kJ}.$$

6. Ce gaz a fost supus comprimării izoterme și care era volumul specific inițial dacă presiunea a 2 kg de acest gaz la finele comprimării s-a mărit de trei ori? Lucrul necesar pentru comprimare  $A = 1,37 \cdot 10^4 \text{ J}$ . Parametrii inițiali ai gazului sînt  $P_1 = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  și  $T = 300 \text{ K}$ .

Rezolvare.

Lucrul efectuat asupra gazului se exprimă prin formula  $A = \frac{m}{M} RT \ln \left[ \frac{P_1}{P_2} \right]$  sau  $A = -A = \frac{m}{M} RT \ln \left[ \frac{P_2}{P_1} \right]$ . De aici  $M = \frac{m RT}{A} \ln \left[ \frac{P_2}{P_1} \right]$ . Introdusând datele obținem:  $M = 0,004 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$  (heliu).

Se numește volum specific al gazului mărimea  $v = \frac{V}{m}$ . Din ecuația Clapeyron-Mendeleev  $P_1 V_1 = \frac{m}{M} RT$  determinăm volumul specific inițial  $v_1 = \frac{V_1}{m} = \frac{RT}{P_1 M}$ ;  $v = 12,5 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$ .

7. Să se afle lucrul efectuat la dilatarea a 7 kg de hidrogen și cantitatea de căldură transmisă gazului dacă în procesul încălzirii temperatura lui s-a mărit cu 200 K.

Rezolvare.

Pentru procesul izobar putem scrie:  $A = \frac{m}{M} R \Delta T$ ,  $M = 0,002 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ .

Iar  $A = 5.8 \cdot 10^6 \text{ J}$  și  $Q = 20 \cdot 10^6 \text{ J}$ .

8. Un mol de gaz ce se afla la presiunea  $P = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  și volumul  $V_1 = 1.2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$  s-a dilatat izobar. Fiindu-i transmisă cantitatea de căldură  $Q = 2.75 \text{ kJ}$  gazul a efectuat lucrul mecanic  $A = 1.1 \text{ kJ}$ . Sa se determine: parametrii gazului în starea finală și numărul de atomi din moleculele gazului.

Rezolvare.

Din formula lucrului efectuat de gaz la dilatarea izobară  $A = P(V_2 - V_1)$  determinăm volumul final al gazului  $V_2 = V_1 + \frac{A}{P}$ ;  $V_2 = 1.75 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ . Temperatura finală a gazului se exprimă din ecuația

Clapeyron-Mendeleev:  $PV_2 = \nu RT_2$ ;  $T_2 = \frac{PV_2}{\nu R} = 420 \text{ K}$ . Numărul gradelor de libertate se calculează folosind formula pentru cantitatea de căldură într-un proces izobar exprimată prin presiune și variația volumului:

$$Q_p = \frac{i+2}{2} P(V_2 - V_1) = \frac{i+2}{2} A; i = 2 \left( \frac{Q_p}{A} - 1 \right); i = 3 \text{ Deci gazul este monoatomic.}$$

9. Unui mol de gaz i se transmite cantitatea de căldură  $Q = 1.6 \text{ kJ}$ . Temperatura gazului s-a marit cu  $\Delta T = 72 \text{ K}$ . Se cere: a) lucrul mecanic efectuat de gaz; b) variația energiei lui interne, c) mărimea  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ .

Rezolvare.

a) Lucrul efectuat de un mol de gaz la dilatarea izobară este:  $A = R \Delta T$ ;  $A = 0.6 \text{ kJ}$ .

b) Din primul principiu al termodinamicii determinăm variația energiei interne:  $\Delta U = Q - A$ ;  $\Delta U = 1.00 \text{ kJ}$ .

c) Variația energiei interne la încălzirea unui mol de gaz ideal este  $Q = C_p \Delta T$ , unde variația energiei interne este egală cu  $\Delta U = C_v \Delta T$ . Se știe că pentru gazul biatomic  $\gamma = 1.40$ , iar pentru moleculele gazelor cu 3 sau mai mulți atomi  $\gamma = 1.33$ . În cazul dat  $\gamma = 1.67$  ceea ce înseamnă că avem un amestec de gaze ale căror molecule constau din diferiți atomi.

10. O cantitate de oxigen cu masa  $0.1 \text{ kg}$  este comprimată adiabatic. Temperatura gazului crește de la  $T_1 = 273 \text{ K}$  la  $T_2 = 373 \text{ K}$ . Cum a variat volumul și presiunea oxigenului? Sa se calculeze variația energiei interne și lucrul mecanic efectuat asupra gazului la comprimarea lui.

Rezolvare.

Vom nota cu  $V_1$  și  $P_1$  volumul și respectiv presiunea gazului

În stare inițială, iar  $V_2$  și  $P_2$  în cea finală. Folosim relațiile dintre parametrii  $T$  și  $V$  în procesul adiabatic:  $T_1 \cdot V_1 = T_2 \cdot V_2$  sau  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_1}{T_2}$ . Pentru oxigen  $\gamma=1.4$  obținem  $\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{3/3}{273}\right)^{2.5}$ ;  $\frac{V_1}{V_2} = 2.2$ . Volumul gazului s-a micșorat de 2,2 ori.

Pornind de la ecuația lui Poisson pentru parametrii  $P$ - $V$ , obținem  $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$ ;  $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = 3$ . Presiunea gazului s-a mărit de 3 ori.

Creșterea energiei interne  $\Delta U = \frac{1}{2} \frac{m}{M} R \Delta T$ ; ( $M=0.032 \frac{kg}{mol}$ ),  $\Delta U = 6.5 kJ$ .

Într-un proces adiabatic lucrul efectuat asupra gazului se exprimă prin formula:  $A = -\Delta U = \Delta U = 6.5 kJ$ .

11. Un mol de oxigen ce se află la temperatura  $T_1=290K$  a fost comprimat adiabatic astfel încât presiunea s-a mărit de 10 ori. Se cere temperatura gazului după comprimare și lucrul efectuat asupra gazului.

R. rezolvare.

Pornind de la ecuația lui Poisson  $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$ ;  $\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma$  și ecuația de stare  $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ ;  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1 T_2}{P_2 T_1}$  vom determina temperatura finală  $T_2$ .

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^\gamma \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

De aici  $T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ . Pentru hidrogen  $\gamma=1.4$  și  $T_1 = 560 K$ .

Lucrul efectuat asupra gazului se exprimă prin formula

$$A = -\Delta U = \frac{1}{2} \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{1}{2} \nu R \Delta T; \quad A = 5.6 kJ.$$

12. O cantitate de azot avînd volumul  $V_1 = 10^{-3} m^3$  și presiunea  $P_1 = 1.2 \cdot 10^6 Pa$  se dilată adiabatic până la volumul  $V_2 = 10 \cdot V_1$ . Să se calculeze lucrul efectuat de gaz la dilatare.

Rezolvare.

Folosim formula (2.30) pentru lucrul gazului

$$A = \frac{P_1 V_1}{\gamma-1} \left[ 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \right] = 1.8 kJ.$$

13. Un gaz biatomic aflat la temperatura  $T_1=295 K$  se comprimă adiabatic astfel încât presiunea crește de 2 ori. Apoi gazul este răcit

la volum constant pînă la presiunea inițială. Să se afle temperatura finală a gazului.

Rezolvare.

În figura 6 este reprezentat procesul descris în problemă: 1-2 - comprimare adiabatică ( $P_2=2P_1$ ), 2-3 - răcire izocoră ( $P_3=P_1$ ). Scriem ecuația adiabatei 1-2 cu parametrii T-P:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}; \quad T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

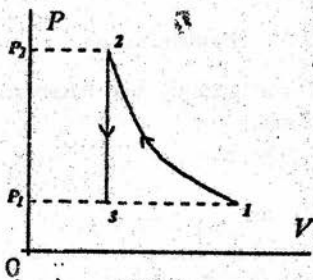


Fig. 6

Pentru procesul 2-3 (izocor) putem scrie:

$$\frac{P_1}{T_3} = \frac{P_2}{T_2}; \quad T_3 = P_2 \cdot \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1}{P_2} \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot T_1 = 180 \text{ K}.$$

14. Trei moli de gaz ideal ce se găsesc la temperatura  $T_0 = 273 \text{ K}$  au fost mai întâi dilatați măbindu-li-se volumul de 5 ori într-un proces izoterm, apoi încălziți izocor astfel încât în starea finală presiunea a devenit egală cu cea inițială. Pe parcursul întregului proces gazului i s-a transmis cantitatea de căldură  $Q=80 \text{ kJ}$ . Să se determine exponentul adiabatic pentru acest gaz.

Rezolvare.

Procesul descris este reprezentat în figura 7.

Stările 1 și 3 sînt situate pe aceeași izobară. Cantitatea de căldură  $Q$  transmisă gazului se compune din suma cantităților de căldură transmise în ambele procese  $Q = Q_{1-2} + Q_{2-3}$ .

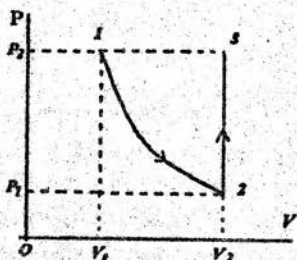


Fig. 7

În transformarea 1-2, ( $T=\text{const}$ )  $Q_{1-2} = \nu RT \ln \left[ \frac{V_2}{V_1} \right] = \nu RT_0 \ln n$ , iar în procesul 2-3  $Q_{2-3} = U_3 - U_2 = \nu C_V (T_3 - T_2)$ . Procesul 1-2 este izoterm și deci  $T_2 = T_0$ . Din ecuația

Gay-Lussac determinăm temperatura  $T_3$ :  $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_0}$ ,  $T_3 = T_0 \frac{V_2}{V_1} = T_0 n$ , sau

$Q_{2-3} = \nu C_V (nT_0 - T_0)$ . Pentru cantitatea de căldură primită de gaz putem scrie:  $Q = \nu RT_0 \ln n + \nu C_V (n-1) T_0$ . Din această expresie determinăm

căldura molară la volum constant:  $C_V = \frac{Q - \nu RT_0 \ln n}{\nu (n-1)T_0}$ . Folosind ecuația lui Mayer obținem:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V}, \quad \gamma = 1 + \frac{\nu RT_0 (n-1)}{Q - \nu RT_0 \ln n} = 1 + \frac{n-1}{\frac{Q}{\nu RT_0} - \ln n} = 1.4.$$

Gazul este biatomic.

15. Parametrii inițiali ai unui gaz biatomic sînt:  $P = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Pa}$ ;  $V_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ . Gazul se încălzește izocor pînă cînd presiunea se dublează. Apoi se dilată izoterm pînă la presiunea inițială. În sfîrșit, se răcește izobar pînă la volumul inițial. Se cere în fiecare proces: a) lucrul efectuat de gaz, b) variația energiei lui interne, c) cantitatea de căldură transmisă gazului.

Rezolvare.

Procesul descris în enunțul problemei este compus din 3 transformări simple. Starea inițială coincide cu cea finală și deci avem un proces ciclic (Fig.8). Conform datelor problemei

$$P_1 = 2P_2; \quad P_3 = P_1;$$

$$T_1 = T_2; \quad V_2 = V_1; \quad V_3 = 2V_1.$$

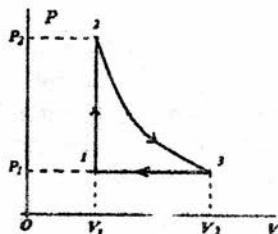


Fig. 8

Vom analiza fiecare transformare în parte.

În transformarea izocoră 1-2 lucrul efectuat de gaz este egal cu zero, iar cantitatea de căldură transmisă gazului duce la mărirea energiei lui interne:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{i}{2}(P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{i}{2} P_1 V_1.$$

Gazul este biatomic deci  $i=5$  și  $Q_{12} = \Delta U_{12} = 37.5 \text{ kJ}$ .

În transformarea izotermă 2-3 variația energiei interne este nulă, iar cantitatea de căldură este egală cu lucrul mecanic efectuat:

$$\Delta U_{23} = 0; \quad Q_{23} = A_{23} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \left[ \frac{V_3}{V_2} \right] = P_2 V_2 \ln \left[ \frac{V_3}{V_2} \right]; \quad Q_{23} + A_{23} = 20.7 \text{ kJ}.$$

În transformarea 3-1 (comprimare izobară) lucrul este negativ:

$$A_{31} = P_1 (V_1 - V_3) = P_1 (V_1 - 2V_1) = -P_1 V_1 = -15 \text{ kJ}.$$

Variația energiei interne se exprimă prin formula:

$$\Delta U_{31} = \frac{i}{2}(P_1 V_1 - P_3 V_3) = P_1 (V_1 - 2V_1) \frac{i}{2} = -\frac{i}{2} P_1 V_1 = -37.5 \text{ kJ}.$$

Același rezultat poate fi obținut folosind primul principiu al termodinamicii:

$$Q_{31} = \Delta U + A_{31}.$$

## Probleme propuse pentru rezolvare individuală

1. Într-un balon cu volumul  $V = 10^{-2} \text{ m}^3$  se află un mol de heliu la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$ . După încălzire presiunea gazului s-a mărit pînă la  $P_2 = 1,33 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ . Să se calculeze cantitatea de căldură transmisă gazului.

Răspuns:  $Q = 1,62 \cdot 10^4 \text{ J}$ .

2. Un vas avînd volumul  $V = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$  conține gaz monoatomic, cu densitatea  $0,2 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ . Pentru încălzirea gazului cu  $\Delta T = 80 \text{ K}$  este necesară cantitatea de căldură  $Q = 997 \text{ J}$ . Să se determine masa molară a gazului.

Răspuns:  $0,004 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ .

3. Într-un balon cu volumul  $V = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$  se află hidrogen la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$  și presiunea  $P_1 = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Gazului i s-a transmis cantitatea de căldură  $Q = 6 \cdot 10^3 \text{ J}$ . Să se determine temperatura  $T_2$  și presiunea  $P_2$  a gazului.

Răspuns:  $390 \text{ K}$ ;  $5,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

4. Într-un vas cu volumul  $V = 15 \text{ m}^3$  se află metan ( $\text{CH}_4$ ) la presiunea  $P_1 = 8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  și temperatura  $T_1 = 283 \text{ K}$ . Temperatura gazului s-a mărit cu  $\Delta T = 15 \text{ K}$ . Să se calculeze presiunea finală și cantitatea de căldură transmisă gazului.

Răspuns:  $8,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ;  $1,9 \cdot 10^6 \text{ J}$ .

5. Un volum  $V = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$  de oxigen se încălzește izocor. Să se determine cantitatea de căldură absorbită de gaz, dacă presiunea lui s-a schimbat cu  $\Delta P = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Răspuns:  $Q = 5 \cdot 10^4 \text{ J}$ .

6. Un gaz ideal biatomic ocupă volumul  $V = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  la presiunea  $P_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Să se determine cantitatea de căldură primită de gaz, dacă la încălzirea lui presiunea a crescut de 4 ori.

Răspuns:  $Q = 7,5 \text{ kJ}$ .

7. O cantitate de azot cu masa  $m = 1 \text{ g}$  aflată la temperatura  $T = 273 \text{ K}$  și presiunea  $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$  este comprimată izotermic pînă la presiunea  $P_2 = 10^6 \text{ Pa}$ . Să se calculeze căldura cedată de gaz în această transformare.

Răspuns:  $-186 \text{ J}$ .

8. Într-un recipient cilindric așezat vertical și închis cu ajutorul unui piston care poate aluneca fără frecare se găsește o cantitate



de azot cu masa  $m = 0,6 \text{ kg}$ . Gazul ocupă volumul  $V_1 = 1,2 \text{ m}^3$ . Absorbind o cantitate de căldură  $Q$ , gazul s-a dilatat până la volumul  $V_2 = 4,2 \text{ m}^3$ . Știind că în decursul transformărilor temperatura gazului s-a menținut aceeași  $T = 560 \text{ K}$ , se cere:

- variația energiei interne a gazului;
- lucrul mecanic efectuat de gaz;
- cantitatea de căldură  $Q$  transmisă gazului.

Răspuns:  $0,126 \text{ kJ}$  ;  $12,6 \text{ kJ}$ .

9. Un gaz perfect se află într-un vas cu volumul  $V_1 = 2 \text{ m}^3$ . Să se determine lucrul mecanic efectuat la dilatarea izotermă a gazului dacă presiunea scade de la  $P_1 = 12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  la  $P_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Răspuns:  $4,3 \cdot 10^6 \text{ J}$ .

10. La dilatarea izotermă a unui mol de gaz perfect a fost absorbită cantitatea de căldură  $Q = 2 \text{ kJ}$ . De câți ori s-a mărit volumul gazului dacă temperatura inițială  $T = 300 \text{ K}$ ?

Răspuns: de 2,23 ori.

11. Un gaz ideal monoatomic ocupă volumul  $V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  la presiunea  $P = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Gazul se dilată izobar până la volumul  $V_2 = 7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ . Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de gaz ;
- variația energiei interne a gazului.

Răspuns: a)  $1,5 \text{ kJ}$ ; b)  $2,25 \text{ kJ}$ .

12. O cantitate de gaz ideal monoatomic ce se află la presiunea  $P = 10^5 \text{ Pa}$  se dilată izobar. Știind variația energiei interne a gazului  $\Delta U = 500 \text{ J}$  să se determine variația volumului.

Răspuns:  $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ .

13. La încălzirea izobară a unui gaz, temperatura lui a crescut de la  $T_1 = 280 \text{ K}$  la  $T_2 = 300 \text{ K}$ . Să se determine lucrul efectuat de gaz la dilatare, dacă în starea inițială volumul era  $V_1 = 8 \text{ m}^3$ . Gazul se află sub presiunea  $P = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Răspuns:  $1,43 \cdot 10^6 \text{ J}$ .

14. Un gaz monoatomic se afla la presiunea  $P = 10^5 \text{ Pa}$  și temperatura  $T_1 = 280 \text{ K}$ . În urma unei transformări izobare gazul a fost încălzit cu  $\Delta T = 40 \text{ K}$ . Se știe că volumul final al gazului  $V_2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ . Să se calculeze:

- cantitatea de căldură absorbită de gaz;
- variația energiei interne a gazului.

Răspuns: a)  $400 \text{ J}$ ; b)  $300 \text{ J}$ .

15. Vaporii de apă se dilată la presiune constantă. Să se determine lucrul mecanic la dilatare și variația energiei interne, dacă vaporii de apă au absorbit cantitatea de căldură  $Q = 4 \text{ kJ}$ .

Răspuns:  $A = 1 \text{ kJ}$ ;  $E = 3 \text{ kJ}$ .

16. Ca rezultat al dilatării adiabatice a unui gaz biatomic ce se află la temperatura  $T_1 = 293 \text{ K}$  presiunea lui a scăzut de la  $P_1 = 10^6 \text{ Pa}$  la  $P_2 = 0.38 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ . Să se determine de câte ori s-a mărit volumul și care era temperatura gazului la sfârșitul procesului.

Răspuns: de 2 ori ;  $222 \text{ K}$ .

17. Aprinderea carburantului în motorul "Diesel" se produce la temperatura  $T_2 = 1100 \text{ K}$ . De câte ori ar trebui micșorat volumul carburantului pentru ca el să se aprindă? Temperatura inițială a carburantului este  $T_1 = 350 \text{ K}$ , exponentul adiabatic pentru amestec este  $\gamma = 1.4$ , iar comprimarea este adiabatică.

Răspuns:  $\frac{V_1}{V_2} = 12.5$ .

18. O masă  $m = 12 \text{ kg}$  de azot se află la temperatura  $T_1 = 362 \text{ K}$ . Ca urmare a dilatării adiabatice gazul a efectuat lucrul  $A = 480 \text{ kJ}$ . Să se afle temperatura finală a gazului.

Răspuns:  $308 \text{ K}$ .

19. O cantitate de oxigen se află la temperatura  $T_1 = 320 \text{ K}$ . La dilatarea adiabatică a gazului energia lui internă s-a micșorat cu  $\Delta U = -8.4 \text{ kJ}$ , iar volumul s-a mărit de 10 ori. Să se calculeze temperatura finală și masa  $m$  a oxigenului.

Răspuns:  $127 \text{ K}$ ;  $0.067 \text{ kg}$ .

20. Un vas de volum  $V_1 = 3 \text{ m}^3$  conține  $6 \text{ kg}$  de sulfură hidrogenată ( $\text{H}_2\text{S}$ ) la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$ . Presiunea gazului se mărește de 2 ori printr-o comprimare adiabatică. Să se determine:

- temperatura finală a gazului;
- volumul final;
- variația energiei interne a gazului.

Răspuns: a)  $1.78 \text{ m}^3$ ; b)  $357 \text{ K}$ ; c)  $254 \text{ kJ}$ .

21. Un gaz ideal ce se găsește la presiunea  $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$  și volumul  $V_1 = 2 \text{ m}^3$  se dilată izoterm până la volumul  $V_2 = 12 \text{ m}^3$ . Să se determine variația presiunii către sfârșitul dilatării, dacă gazul se dilată adiabatic până la același volum  $V_2$  ( $\gamma = 1.4$ ).

Răspuns:  $P_{2\text{tot}} - P_{2\text{ad}} = 8.54 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ .

22. Prin efectuarea lucrului mecanic  $A = 103 \text{ kJ}$ , o masă  $m = 0.5 \text{ kg}$  de aer este comprimată izotermic de la presiunea  $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$  până la  $P_2 = 10 \cdot P_1$ . La finele comprimării gazului i se transmite ( $P = \text{const}$ ) o cantitate de căldură egală cu cea atribuită comprimării izotermice. Să se determine temperatura și volumul gazului la sfârșitul fiecărui proces ( $i = 5$ ,  $M = 0.029 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ ).

Răspuns:  $312 \text{ K}$ ;  $4.4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ ;  $517 \text{ K}$ ;  $7.41 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ .

23. Doi moli de gaz ideal ce se află la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$  au fost răciți izocor. Presiunea s-a micșorat de  $n = 2$  ori. După aceasta gazul a fost dilatat izobar astfel încât în starea finală temperatura lui a devenit egală cu cea inițială. Să se determine cantitatea de căldură absorbită de gaz în acest proces.

Răspuns:  $2.5 \text{ kJ}$ .

24. La dilatarea izotermă a hidrogenului cu masa  $m = 2 \text{ kg}$  ce se găsește la presiunea  $P_1 = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  și volumul  $V_1 = 8.31 \text{ m}^3$  a fost efectuat lucrul  $A = 5.47 \cdot 10^6 \text{ J}$ . Să se determine parametrii finali de stare ai hidrogenului dacă după dilatarea izotermă gazul se comprimă adiabetic astfel încât asupra lui se efectuează un lucru egal cu cel efectuat în dilatarea izotermă.

Răspuns:  $862 \text{ K}$ ;  $10.1 \text{ m}^3$ ;  $7.11 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

25. Parametrii stării inițiale și finale ai unei mase de azot sînt  $P_1 = 10^5$ ,  $V_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  și respectiv  $P_2 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,

$V_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ . Trecerea din starea 1 în starea 2 are loc în două etape: printr-o transformare adiabetică și una izocoră. Să se determine: a) variația energiei interne, b) cantitatea de căldură primită sau cedată de gaz, c) lucrul efectuat de gaz.

Răspuns:  $250 \text{ J}$ ;  $-300 \text{ J}$ ;  $-550 \text{ J}$ .

### 3. PRINCIPIUL AL DOILEA AL TERMODINAMICII

Procesul termodinamic care se produce într-un sistem este numit reversibil, dacă în urma lui sistemul și toate corpurile cu care acesta interacționează pot reveni în starea inițială, astfel ca și alte corpuri să rămână neschimbate. Procesul care nu satisface condiția de mai sus este numit ireversibil. În termodinamică se demonstrează că pentru ca procesul termodinamic să fie reversibil este necesar ca el să fie quasistatic, adică orice proces reversibil este totdeauna și un proces de echilibru. Procesul reversibil decurge încet.

Spre deosebire de procesele reversibile, cele ireversibile decurg rapid. Drept exemple de procese ireversibile pot servi: conducibilitatea termică, amestecarea gazelor prin difuzie, degajarea de căldură la trecerea curentului electric prin conductoare etc. În cazul când nu acționează forțe exterioare procesele ireversibile decurg numai într-un sens. În natură practic toate procesele sunt ireversibile, deoarece ele decurg cu o viteză finită.

O importanță deosebită pentru aplicarea termodinamicii în diferite domenii o au procesele ciclice. Proces ciclic sau ciclu este numită totalitatea de procese termodinamice, în urma cărora sistemul revine în starea inițială. Procesul ciclic este reversibil dacă toate transformările care îl constituie sunt reversibile. Dacă una din transformări este ireversibilă, atunci întreg procesul este ireversibil. Procesele ciclice reversibile se prezintă în diagramele P-V, P-T etc. sub formă de curbe închise. Vom numi proces reversibil direct procesul în care punctul ce reprezintă starea sistemului se mișcă în sens orar. În acest caz curba de dilatare a gazului este situată mai sus decât cea de comprimare și lucrul gazului este pozitiv. În cazul când punctul se mișcă în sens opus mișcării acelor de ceasornic (sens antiorar) procesul se numește invers și lucrul este negativ. Procesele ciclice stau la baza funcționării tuturor mașinilor termice: a motoarelor cu ardere internă, a turbinelor cu abur și cu gaz, a mașinilor frigorifice etc. Ciclul realizat de gazul ideal în motoarele termice este un ciclu direct, iar cel realizat de corpul de lucru al mașinii frigorifice este unul invers.

Un rol deosebit în dezvoltarea teoriei mașinilor termice l-a jucat ciclul descoperit de Saadi Carnot (1824) care-i poartă numele. Ciclul Carnot este format din două izoterme și două adiabate (fig.9). Starea inițială 1 este caracterizată de parametrii  $P_1$ ,  $V_1$ ,  $T_1$ . Un ciclu Carnot direct efectuat cu gazul ideal este constituit dintr-o succesiune de procese reversibile:

dilatarea izotermă 1-2 la tempera-

tura  $T_1$ ; dilatarea adiabatică 2-3;

comprimarea izotermă 3-4 la

temperatura  $T_2$  și comprimarea

adiabatică 4-1. Așadar, în cazul

dilatării izotermel-2 sistemului

termodinamic i se transmite

cantitatea de căldură  $Q_1$ , iar la

comprimarea izotermă 3-4 sistemul cedează căldura  $Q_2$ :

$$Q_2 = |Q_2'| = -Q_2' \quad (3.1)$$

În procesele 2-3 și 4-1 schimbul de căldură cu mediul ambiant lipsește. Conform ecuației (2.12) lucrul corpului de lucru în ciclul Carnot direct este dat de formula:

$$A = Q_1 + Q_2' = Q_1 - Q_2 \quad (3.2)$$

Marimea fizică egală cu raportul dintre lucrul  $A$  efectuat de corpul de lucru în ciclul reversibil direct și cantitatea de căldură  $Q_1$  transmisă corpului de lucru în acest ciclu de către sursa caldă se numește randament termic al ciclului:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (3.3)$$

Randamentul termic caracterizează eficacitatea unui ciclu al motorului termic.

Să admitem că gazul ideal efectuează un ciclu Carnot direct. Conform formulei (2.16) pentru transformarea 1-2 (dilatare izotermă), avem

$$Q_1 = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (3.4)$$

iar pentru transformarea 3-4 (comprimarea izotermă):

$$Q_2 = |Q_2'| = \frac{m}{M} RT_2 \left| \ln \frac{V_4}{V_3} \right| = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4} \quad (3.5)$$

Introducând (3.4) și (3.5) în (3.3), obținem:

$$\eta = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} \quad (3.6)$$

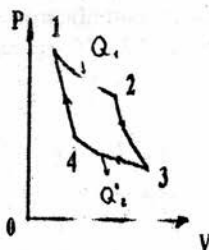


Fig.9.

Pentru simplificarea expresiei de mai sus folosim ecuația procesului adiabatic (2.27) scrisă pentru transformările adiabatic 2-3 și 4-1:

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1},$$

$$\text{sau} \quad \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1};$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \quad (3.7)$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (3.8)$$

Randamentul termic al ciclului Carnot direct depinde numai de temperaturile sursei calde  $T_1$  și sursei reci  $T_2$ . Dacă corpul de lucru efectuează un ciclu invers, are loc transferul de căldură de la corpul rece la cel cald pe contul lucrului respectiv efectuat de forțele externe. Acest principiu e pus la baza funcționării multor instalații frigorifice.

Marimea fizică egală cu raportul dintre cantitatea de căldură  $Q_2$  cedată de corpul răcit în ciclul invers și lucrul  $A$  ( $A = Q_2 - Q_1$ ,  $A' = Q_1 - Q_2$ ) consumat în acest caz se numește coeficient frigorific:

$$\epsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} \quad (3.9)$$

Pentru ciclul Carnot invers  $A < 0$  și

$$\epsilon = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}.$$

În cazul când drept agent termic servește gazul ideal putem scrie:

$$\epsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (3.10)$$

Sunt cunoscute mai multe formulări ale principiului al doilea al termodinamicii echivalente între ele:

a) căldura nu poate trece de la un corp rece la un corp cald spontan, "de la sine", adică fără consum de lucru mecanic (R.Clausius).

b) procesul al cărui unic rezultat al cărui este efectuarea de lucru pe contul răcirii unui singur corp este imposibil (W.Thomson).

Pe baza principiului al doilea al termodinamicii, poate fi demonstrată o teză importantă numită teorema lui Carnot: *randamentul termic al ciclului Carnot nu depinde de natura corpului de lucru, iar randamentul termic al oricărui ciclu reversibil nu poate depăși randamentul*

termic al ciclului Carnot. Afirmatia de mai sus poate fi scrisa analitic sub forma:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (3.11)$$

Semnul egalității corespunde proceselor reversibile, iar cel al inegalității - celor ireversibile. Expresia (3.11) poate fi scrisa sub forma:

$$\frac{Q_1 + Q_2'}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Inmulțind ambele părți ale inegalității de mai sus cu  $\frac{Q_1}{Q_2} > 0$  obținem:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2'}{T_2} \leq 0 \quad (3.12)$$

Mărimea  $Q^* = \frac{Q}{T}$  se numește cantitatea de căldură redusă. Din expresia (3.12) rezulta că suma cantităților de căldură reduse este egală cu zero pentru oricare ciclu Carnot reversibil și este mai mică decât zero, dacă ciclul este ireversibil.

Generalizând inegalitatea (3.12) pentru oricare proces ciclic, obținem inegalitatea lui Clausius care are forma:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (3.13)$$

unde  $\delta Q$  este o cantitate infinit mică de căldură primită sau cedată de corpul cu temperatura  $T$ . Dacă procesul ciclic este reversibil atunci

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (3.14)$$

Expresia de sub integrală reprezintă diferențiala totală a unei funcții de stare  $S$ :

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (3.15)$$

Funcția  $S$  de stare a unui sistem, a cărei diferențială într-un proces elementar este egală cu raportul dintre o cantitate de căldură infinit mică  $\delta Q$  cedată sau primită de sistem și temperatura absolută a sistemului, se numește entropie.

Entropia este o funcție univoca de stare a sistemului, adică la trecerea sistemului din starea 1 în starea 2 variația entropiei depinde



numai de stările inițială și finală ale sistemului și nu depinde de drumul urmat în această trecere:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad (3.16)$$

Prin urmare, valoarea entropiei în starea 2 nu depinde de tipul procesului de trecere a sistemului din starea inițială 1 în starea finală 2. Entropia sistemului termodinamic compus este egală cu suma entropiilor tuturor componentelor sistemului:

$$S = \sum S_i \quad (3.17)$$

În cazul procesului ireversibil

$$dS > \frac{\delta Q}{T} \quad (3.18)$$

Din (3.18) rezultă că entropia unui sistem termodinamic închis, în care au loc procese ireversibile, crește:

$$dS_{\text{irrev}} > 0 \quad (3.19)$$

În cazul proceselor reversibile  $dS=0$ , adică entropia este constantă. Ajungem la următoarea concluzie: entropia unui sistem închis nu poate să se micșoreze:

$$dS \geq 0 \quad (3.20)$$

Expresia de mai sus reprezintă formula matematică a celui de-al doilea principiu al termodinamicii.

Primul și al doilea principiu al termodinamicii pot fi unite împreună:

$$TdS \geq dU + \delta A \quad (3.21)$$

Formula lui Boltzmann face posibilă interpretarea statistică a principiului al doilea al termodinamicii:

$$S = k \ln W \quad (3.22)$$

unde  $W$  este probabilitatea termodinamică a stării unui sistem, ce reprezintă numărul de distribuții posibile ale particulelor după coordonate și viteze, care corespund stării termodinamice date. În procesul reversibil  $\Delta W = W_2 - W_1 = 0$  și  $W$  este constantă, iar în procesul ireversibil  $\Delta W > 0$  și  $W$  crește. Așadar, procesul ireversibil este procesul de trecere a sistemului dintr-o stare mai puțin probabilă într-o stare mai probabilă. Principiul al doilea al termodinamicii este inaplicabil pentru sisteme cu un număr relativ mic de particule, în care se pot manifesta fluctuații ce reprezintă abateri de la principiul al doilea al termodinamicii.

## Probleme rezolvate (procese ciclice)

1. O mașină termică avînd ca substanță de lucru un gaz perfect funcționează după ciclul ce constă din două transformări izocore și două izobare (fig.10). Să se determine randamentul instalației dacă atît la încălzirea izocoră, cît și la dilatarea izobară temperatura gazului crește de  $n$  ori.

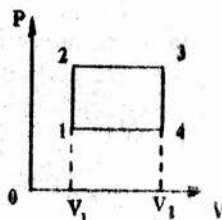


Fig.10

**Rezolvare.**

Gazului  $i$  se transmite căldură în transformările 1-2 (încălzire izocoră) și 2-3 (dilatarea izobară);

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23}.$$

În transformările 4-1 (comprimare izobară) și 3-4 (răcire izocoră) gazul cedează căldură:

$$Q_2 = |Q_{34}| + |Q_{41}|.$$

Reprezentăm cantitățile de căldură prin căldurile molare corespunzătoare:

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1), \quad Q_{23} = \nu C_P (T_3 - T_2),$$

$$Q_{34} = \nu C_V (T_4 - T_3), \quad Q_{41} = \nu C_P (T_1 - T_4).$$

Pentru  $Q_1$  și  $Q_2$  obținem:

$$Q_1 = \nu C_V [T_2 - T_1 + \gamma (T_3 - T_2)], \quad Q_2 = \nu C_V [T_3 - T_4 + \gamma (T_4 - T_1)].$$

Formula randamentului are forma:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_3 - T_4 + \gamma (T_4 - T_1)}{T_2 - T_1 + \gamma (T_3 - T_2)}. \quad (1)$$

Exprimăm toate temperaturile prin  $T_1$ :  $T_2 = nT_1$ ;

$$T_3 = nT_2 = n^2T_1.$$

Pentru transformările 4-1 putem scrie:  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_4}{T_1}$  și  $\frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_2}$  de

unde rezultă  $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$ ;  $\frac{T_3}{T_2} = n$ ;  $T_4 = nT_1$ .

Introducând valorile temperaturilor în (1) obținem:

$$\eta = 1 - \frac{\gamma + n}{1 + \gamma n}.$$

2. Un motor termic cu randamentul  $\eta = 0,1$  funcționează după ciclul Carnot. Motorul este folosit și în calitate de instalație frigorifică. Să se calculeze coeficientul frigorific al instalației.

Rezolvare.

Prin definiție  $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$  iar  $\epsilon = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$ .

În urma unor transformări obținem :

$$\epsilon = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{Q_1 - Q_1 + Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} - 1 = \frac{1}{\eta} - 1 = \frac{1 - \eta}{\eta} = 9.$$

### Probleme propuse pentru rezolvare individuală

1. O mașină termică în care este utilizat drept agent de lucru un gaz perfect cu exponentul adiabatic  $\gamma$ , funcționează după un ciclu, ce constă din două transformări izobare și două adiabatice. Să se determine randamentul mașinii, dacă în decursul ciclului presiunea gazului se schimbă de  $n$  ori.

Răspuns:  $\eta = 1 - \frac{\gamma - 1}{n^\gamma}$ .

2. O instalație termică având ca agent termic un gaz ideal efectuează un ciclu ce constă din: a) izocoră, adiabată și izotermă; b) izobară, adiabată și izotermă. Transformarea izotermă se produce la temperatura minimă a ciclului. Să se determine randamentul fiecărui ciclu, dacă temperatura absolută în decursul ciclului variază de  $n$  ori.

Răspuns: În ambele cazuri  $\eta = 1 - \frac{\ln n}{n - 1}$ .

3. Enunțul problemei precedente cu condiția că transformarea izotermă are loc la temperatura maximă a ciclului.

Răspuns: În ambele cazuri  $\eta = 1 - \frac{n - 1}{n \ln n}$ .

4. Un motor termic funcționează pe baza ciclului Carnot. Temperatura sursei reci este  $T_2 = 293\text{K}$ , iar a sursei calde  $T_1 = 673\text{K}$ . În calitate de agent termic servește aerul având masa  $m = 2\text{kg}$ . Știind că presiunea aerului la sfârșitul dilatării izoterme este egală cu presiunea la începutul comprimării adiabatice și durata ciclului este de  $1\text{ s}$ , să se determine: a) puterea consumată de mașină b) puterea utilă a mașinii.

Răspuns: a)  $1120\text{ kW}$ ; b)  $635\text{ kW}$ .

5. O mașină termică ideală ce efectuează un ciclu Carnot ireversibil absorbe căldură de la apa cu temperatura inițială  $T_1 = 273\text{K}$  și o transmite unui fierbător a cărui temperatură  $T_2 = 373\text{K}$ . Să se

determine masa apei ce se transformă în vapori la cristalizarea  
1 kg de gheață.

Răspuns: 0,207 kg.

6. Coeficientul frigorific al unei instalații ce efectuează un ciclu Carnot este  $\omega = 7$ . Să se determine temperatura mediului înconjurător și cantitatea de căldură eliminată din încăpere, dacă se știe că pentru menținerea în încăpere a temperaturii de  $0^\circ\text{C}$  instalația efectuează în fiecare oră lucrul  $A = 310\text{ J}$ .

Răspuns:  $T_1 = 312\text{ K}$ ;  $Q_2 = 3,5 \cdot 10^3$ .

### Probleme rezolvate (Entropia)

1. Să se determine variația entropiei unui mol de dioxid de carbon la mărirea temperaturii lui de  $n=2$  ori într-o transformare a) izocoră, b) izobară.

Rezolvare.

a) Într-o transformare izocoră lucrul mecanic este nul. Cantitatea de căldură este  $\delta Q = C_V dT$ , iar variația entropiei se calculează cu formula:

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = C_V \int \frac{dT}{T} = C_V \ln \frac{T_2}{T_1},$$

unde  $C_V = \frac{1R}{2}$ ;  $i = 6$  ( $\text{CO}_2$ ).

Întrucât  $\frac{T_2}{T_1} = n$ , obținem:  $\Delta S = \frac{1}{2} i R \ln n = 19 \text{ J/mol}$ .

b) În cazul transformării izobare:  $\delta Q = C_P dT$ .

Variația entropiei se exprimă prin formula:

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = C_P \int \frac{dT}{T} = C_P \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

2. Două incinte de volume  $V_1 = 2\text{ l}$  și  $V_2 = 3\text{ l}$  umplute cu azot până la presiunile  $P_1 = 1\text{ atm}$  și respectiv  $P_2 = 5\text{ atm}$  pot comunica între ele printr-un tub de volum neglijabil prevăzut cu robinet. Temperatura inițială a gazului din ambele incinte este aceeași  $T = 300\text{ K}$ . Să se calculeze variația entropiei sistemului ca urmare a amestecării gazelor. Sistemul este izolat termic.

Rezolvare.

La temperatura și presiunea dată gazul poate fi considerat ca ideal. Deci energia internă a gazului depinde numai de temperatură. Deoarece sistemul este izolat termic energia lui internă rămâne

constantă. Amestecarea moleculelor se produce adiabatic. Entropia sistemului trebuie să crească. Deoarece moleculele gazului din incinte sunt identice robinetul poate fi înlocuit cu un piston ce se deplasează la temperatură constantă până la egalarea presiunilor. Din faptul că energia internă este constantă rezultă

$$(ds)_v = P \frac{dV}{T} = \nu R \frac{dV}{V}.$$

Variația totală a entropiei este egală cu suma variațiilor entropiei fiecărei incinte

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{P_1 V_1}{T_1} \ln \frac{V'_1}{V_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2} \ln \frac{V'_2}{V_2} =$$

$$= \frac{P_1 V_1}{T} \ln \frac{P_1}{P} + \frac{P_2 V_2}{T} \ln \frac{P_2}{P},$$

unde  $V'_1, V'_2$  sunt volumele după egalarea presiunilor.

Folosind relațiile cunoscute,

$$P_1 V_1 = P_1 V'_1; P_2 V_2 = P_2 V'_1; V_1 + V_2 = V'_1 + V'_2$$

obținem

$$P = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{V_1 + V_2}.$$

Introducem valorile numerice și obținem

$$\Delta S = 1.01 \frac{J}{K}.$$

3. Să se determine variația entropiei sistemului descris în problema precedentă, dacă în incinte se afla gaze diferite.

Rezolvare.

În acest caz procesul de asemenea este ireversibil și deci raționamentele din problema precedentă rămân în vigoare. Pentru a calcula variația entropiei vom cerceta un proces în care amestecarea gazelor se produce în mod reversibil. Deoarece temperatura gazelor este aceeași vom considera dilatarea izotermă, echilibrată a fiecărei componente pînă la volumul final. Uneori asemenea procese pot fi modelate cu ajutorul a doi pereți despărțitori semipermeabili. Prin primul perete trec liber moleculele primului gaz, iar prin al doilea - moleculele celui de-al doilea gaz. În cazul cînd energia internă a gazului este constantă variația entropiei se exprimă prin formula:

$$(ds)_v = \frac{P}{T} dV = \nu R \frac{dV}{V}.$$

$$\Delta S_1 = \nu_1 R \int \frac{dV}{V} = \nu_1 R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1},$$

$$\Delta S_2 = \nu_2 R \int \frac{dV}{V} = \nu_2 R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_2}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{P_1 V_1}{T} \cdot \ln \left( \frac{V_1 + V_2}{V_1} \right) + \frac{P_2 V_2}{T} \cdot \ln \left( \frac{V_1 + V_2}{V_2} \right) =$$

$$= 3.2 \frac{J}{K}.$$

4. S-au amestecat  $m_1 = 3 \text{ kg}$  de apă aflată la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$  și  $m_2 = 5 \text{ kg}$  la  $T_2 = 373 \text{ K}$ . Să se determine: a) temperatura amestecului  $\Theta$ , b) variația entropiei  $\Delta S$ , c) raportul probabilităților termodinamice finală și inițială  $\frac{W_2}{W_1}$ . Caldura specifică a apei  $C = 4190 \frac{J}{\text{kgK}}$ .

Rezolvare.

a) Temperatura amestecului se determină din relația  $m_1 C \cdot (T_2 - \Theta) = m_1 C (\Theta - T_1)$ :

$$\Theta = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 342 \text{ K}.$$

b) Variația entropiei la amestecare este egală cu suma variațiilor entropiei pentru fiecare masă de apă:

$$\Delta S_1 = \int \frac{m_1 c dT}{T} = m_1 \ln \left( \frac{\Theta}{T_1} \right)$$

$$\Delta S_2 = m_2 \ln \left( \frac{\Theta}{T_2} \right)$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C \left[ m_1 \ln \left( \frac{\Theta}{T_1} \right) + m_2 \ln \left( \frac{\Theta}{T_2} \right) \right] = 250 \frac{J}{K}.$$

c) Pentru determinarea raportului probabilităților folosim formula lui Boltzmann (3.22):

$$\Delta S = S_2 - S_1 = K \cdot \ln W_2 - K \cdot \ln W_1 = K \cdot \ln \frac{W_2}{W_1}; \quad \frac{W_2}{W_1} = e^{\frac{\Delta S}{K}} = 6^{10}.$$

Rezultatul de mai sus ne arată că probabilitatea ca un sistem din 2 corpuri să se afle la aceeași temperatură este mult mai mare decât probabilitatea aflării acestor corpuri la temperaturi diferite (cum a fost la începutul procesului).

## Probleme propuse pentru rezolvare individuală

1. De câte ori trebuie să se mărească într-o transformare izotermă volumul a patru moli de gaz ideal pentru ca entropia lui să crească cu  $\Delta S = 23 \frac{J}{K}$

$$\text{Răspuns: } \frac{V_2}{V_1} = e^{\frac{\Delta S}{nR}} = 2.$$

2. Două moli de gaz ideal au fost răciți într-o transformare izocoră. În continuare gazul s-a dilatată izobar astfel încât temperatura lui s-a egalat cu cea inițială. Să se calculeze creșterea entropiei gazului, dacă presiunea lui s-a schimbat de  $n=3.3$  ori.

$$\text{Răspuns: } \Delta S = \nu R \ln n = 20 J \cdot K^{-1}.$$

3. Un cilindru izolat adiabatic este împărțit în două compartimente de un piston imponderabil blocat. În primul compartiment se află un mol de gaz ideal cu exponentul adiabatic  $\gamma$ , iar în al doilea este vid. Temperatura inițială a gazului este  $T_0$ . După deblocarea pistonului gazul a ocupat tot cilindrul. În continuare pistonul a fost readus încet în poziția inițială. Să se determine variația energiei interne și a entropiei gazului în urma acestor două transformări.

$$\text{Răspuns: } \Delta U = (2^{\gamma-1} - 1) \frac{RT_0}{\gamma-1}, \Delta S = R \ln 2.$$

4. Un cilindru confecționat din material termoizolant este împărțit în două părți de un perete prevăzut cu supapă. Volumul primului compartiment este de două ori mai mare decât volumul celui de-al doilea. În compartimentul mai mic se găsește o cantitate de  $\nu_1=0.4$  moli de azot, iar în celălalt  $\nu_2=0.7$  moli de oxigen. La deschiderea supapei gazele s-au amestecat. Să se determine creșterea entropiei, dacă gazele sunt ideale și au aceeași temperatură.

$$\text{Răspuns: } \Delta S = \nu_1 R \ln(1 + \frac{\nu_2}{\nu_1}) + \nu_2 R \ln(1 + \frac{\nu_1}{\nu_2}) = 5.1 \frac{J}{K}.$$

5. Un calorimetru cu capacitatea calorică neglijabilă conține  $m_1=100$  g de apă la temperatura  $t_1=7^\circ C$ . În calorimetru se introduce  $m_2=100$  g de cupru la temperatura  $t_2=97^\circ C$ . Să se determine variația entropiei sistemului în momentul stabilirii echilibrului termic.

Răspuns:

$$\Delta S = m_1 c_1 \ln \frac{T}{T_1} + m_2 c_2 \ln \frac{T}{T_2} = 4.4 \frac{J}{K}, \text{ unde } T = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}.$$



6. În două vase identice termoizolate se află câte un mol de gaz ideal. Vasele sunt unite printr-un tub de volum neglijabil prevăzut cu un robinet, care inițial este închis. Temperatura gazului din cele două vase este  $T_1$  și respectiv  $T_2$ . La deschiderea robinetului gazul trece într-o nouă stare de echilibru. Să se determine variația entropiei gazului  $\Delta S$ . Căldura molară la volum constant este  $C_v$ .

$$\text{Răspuns: } \Delta S = c_v \ln \left[ \frac{(T_1 + T_2)}{4T_1 T_2} \right] > 0.$$

7. Un kilomol de gaz ideal, într-o transformare izotermă, s-a destins astfel încât  $\frac{P_1}{P_2} = 2$ . Să se determine:

a) logaritmul raportului între probabilitățile stărilor inițială și finală ale gazului;

b) variația entropiei.

(Răspuns.

$$\ln \left[ \frac{W_1}{W_2} \right] = N \ln \left[ \frac{P_1}{P_2} \right]; \quad \Delta S = \ln \left[ \frac{W_1}{W_2} \right]; \quad \frac{W_1}{W_2} = 2^{6,023 \cdot 10^{26}}; \quad \ln \left[ \frac{W_1}{W_2} \right] =$$

$$= 1,8 \cdot 10^{26}.$$

## Bibliografie

1. Балаш В.А. Сборник задач по курсу общей физики. М.: Просвещение, 1978.

2. Волкенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1979.

3. Горбунова О.И., Зайцева А.М., Красников С.Н. Задачник практикум по общей физике. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Просвещение, 1978.

4. Гурьев Л.Г., Кортнев А.В. и др. Сборник задач по общему курсу физики. - М.: Высшая школа, 1966.

5. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. - М.: Наука, 1979.

6. Касандрова О.Н., Матвеев А.Н., Попов В.В. Учебное пособие по решению задач молекулярной физики. - М.: Изд-во Московского Университета, 1974.

7. Новодворская Е.М., Дмитриев Э.М. Методика проведения упражнений по физике во втузе. - М.: Высшая школа, 1981.

8. Сборник задач по физике. / Под ред. М.С.Цедрика. - Минск: Высшая школа, 1976.

9. Фирсиант Е.И. Руководство к решению задач по курсу общей физики. - М.: Высшая школа, 1977.

10. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. М.: Высшая школа, 1981.

# SUMAR

<b>1. BAZELE TEORIEI CINETICO-MOLECULARE</b>	
<b>A. GAZULUI IDEAL</b>	<b>3</b>
Breviar	3
Probleme rezolvate	8
Probleme propuse pentru rezolvare individuală	12
<b>2. PRINCIPIUL ÎNȚII AL TERMODINAMICII</b>	<b>16</b>
Breviar	16
Probleme rezolvate	22
Probleme propuse pentru rezolvare individuală	28
<b>3. PRINCIPIUL AL DOILEA AL TERMODINAMICII</b>	<b>32</b>
Breviar	32
Probleme rezolvate (procese ciclice)	37
Probleme propuse pentru rezolvare individuală	38
Probleme rezolvate (Entropia)	39
Probleme propuse pentru rezolvare individuală	42
Bibliografie	48

## FIZICA MOLECULARĂ ȘI TERMODINAMICĂ

*Îndrumar metodic  
pentru rezolvarea problemelor*

*Mediatori:* S. Dulcari  
M. Vladimirov  
M. Mariniciuc  
V. Tronciu

*Redactor: Stefan Tiron*

Bun de tipat 05.02.97.  
Hârtie offset nr. 1.  
Cost de tipat 2.75.

Formatul hârtiei 60x84 1/16.  
Tipar offset. Tirajul 200 ex.  
Comanda nr. 29.

U.T.M. Chișinău, bd. Ștefan cel Mare 168.  
Departamentul editorial - poligrafic al U.T.M.  
Chișinău, str. Studenților, 11.